Revista Recursos de física
núm 0 Mostra ISSN: 1988-7930 **TARDOR DEL 2007** **Societat Catalana de Física**

Per saber-ne més

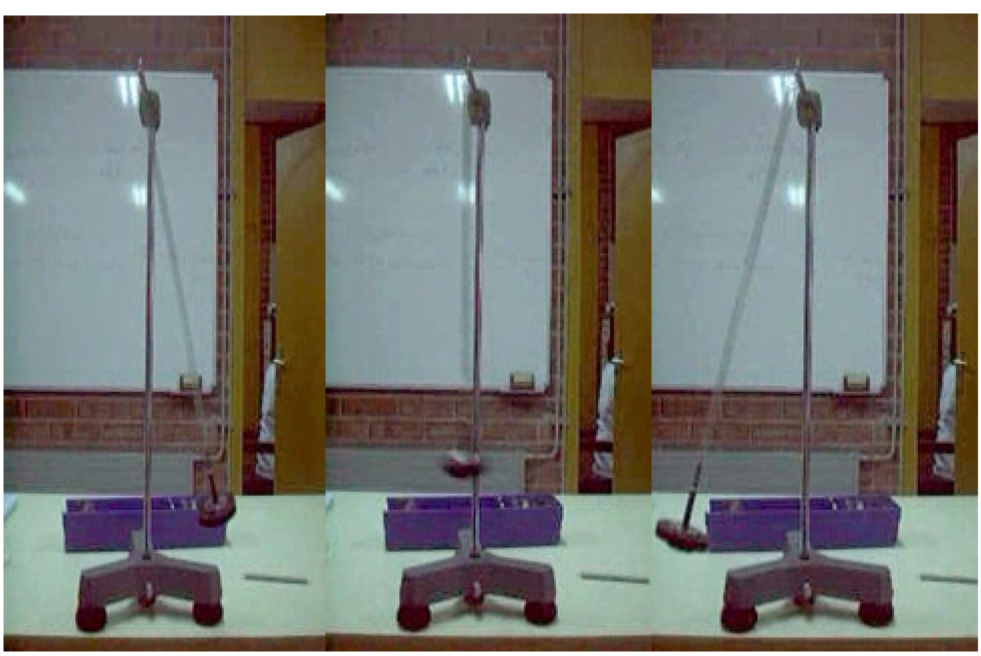
EL PÈNDOL ELÀSTIC

Emilio Llorente

És freqüent que en les activitats experimentals es produeixin fenòmens que semblen no ajustar-se a les previsions teòriques. Sovint, quan pengem un cos d'una molla per estudiar el MHS, en separar el cos de la posició d'equilibri i deixar que oscil·li lliurement, al cap d'unes poques oscil·lacions comença a fer coses "rares". El moviment sembla que es desestabilitza: el cos va cap els costats i es posa a oscil·lar com un pèndol.. Parem el moviment i tornem a separar el cos de l'equilibri amb més cura, però torna a fer el mateix, sembla un moviment caòtic que no podem controlar. Si això passés a l'alumne estaríen dient-li que la molla no està ben subjectada, o que ja d'entrada el desplaçament de l'equilibri està mal realittzat... Si ho fa l'alumne pensaríem "està clar que no ho fa bé", però i si ens passa als professors?

Aquest cas s'anomena *pèndol elàstic*: el cos penjat d'una molla pot oscil·lar tant verticalment, MHS, com amb un moviment pendular, i passa d'un a l'altra en determinades condicions de ressonància. Això succeeix **quan el període de vibració és la meitat que el període d'oscil·lació pendular**, és a dir, mentre el cos vagi d'un costat a l'altre haurà de pujar i baixar.

En aquestes tres fotografies s'observa que quan el cos passa pel centre en el moviment d'oscil·lació, està en el punt més alt del moviment vibratori vertical, i quan passa pels extrems, es troba en els punts més baixos.



A la pàgina d'en Peter Lynch, *The Swinging Spring System* (http://www.maths.tcd.ie/~plynch/SwingingSpring/SS_Home_Page.html), s'expliciten les equacions diferencials del moviment i també hi ha diverses simulacions.

Utilitzant els subíndexs m i p per indicar, respectivament, el moviment segons la molla i segons el pèndol, la condició de ressonància, com hem comentat més amunt, serà:

$$T_m = \frac{1}{2} T_p \quad ,$$

i com que els períodes són

$$\mathrm{T}_m = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \mathrm{T}_p = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad ,$$

ens quedarà:

$$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{2}2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad .$$

E levant al quadrat i aïllant

$$\frac{mg}{kl} = \frac{1}{4} \quad .$$

En la massa m s'hauria de tenir en compte la massa de la molla (o la seva fracció efectiva, que segons determinats autors és $1/3$ de la seva massa quan es fa la determinació dinàmica del període i $1/2$ en la llei de Hooke). La longitud l és la de la molla, però, com que oscil·la, també hi pot influir la longitud afegida del suport de les masses. Si considerem negligibles aquests valors, i tenint en compte que $l = l_0 + \Delta l$ (l_0 és la longitud de la molla sense cap massa), la condició d'acoblament quedaria:

$$mg = \frac{1}{4}k(l_0 + \Delta l) = \frac{1}{4}kl_0 + \frac{1}{4}k\Delta l$$

i en l’equilibri, la llei de Hooke ens dóna la relació

$$mg = k\Delta l \quad .$$

Ens quedarà

$$\frac{3}{4}mg = \frac{1}{4}kl_0 \quad ,$$

que, en reduir-la,

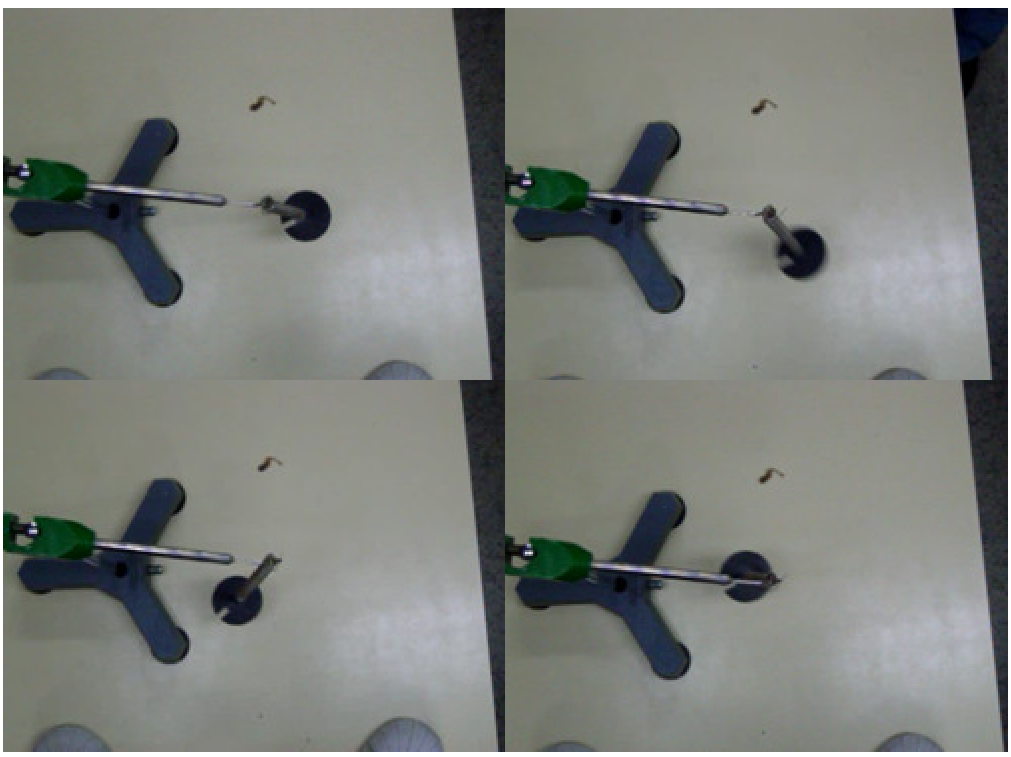
$$m_t = \frac{1}{3}\frac{kl_0}{g} \quad .$$

Aquesta seria, en una primera aproximació, el valor de la massa que hauríem de penjar per què la molla passes espontàniament d'un mode de vibració a l'altre. L'energia passa d'estar en l' MHS al pendular i així successivament. També es pot observar que el pla d'oscil·lació del pèndol cada vegada és diferent.

L'alumna **Nesrim Misradi**, de 2n de batxillerat va fer un treball de recerca en què va estudiar si aquesta condició de ressonància es complia experimentalment per a molles amb diferent constant i per a associacions en sèrie i paral·lel.

Per començar, amb l'experiència clàssica, mesurava la constant k de cada ressort. Després penjava masses de valor semblant al que donava la condició de ressonància i observava si es produïa el fenomen. Va estudiar també la variació del pla d'oscil·lació pendular.

La majoria de les vegades s'observa que varia $45°$ respecte d l'últim pla.



De les set molles que va estudiar, en cinc hi havia concordança entre les previsions teòriques i els resultats experimentals.

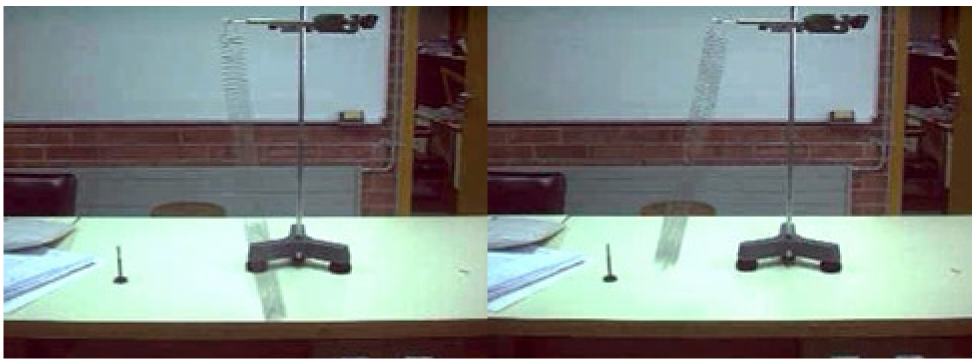
Número de molla	Massa teòrica	Massa experimental
U	18,7 g	22,5 g
Dos	12,6 g	20 g
Tres	11,3 g	12,5 g
Quatre	14,4 g	15 g
Cinc	12,2 g	41,6 g
Sis	8,6 g	31,2 g
Set	107,8 g	110 g
Molles en sèrie	16 g	16 g

Molles en paral·lel	32 g	18 g

A les molles 5 i 6 es produeix una discordança que va atribuir a diversos factors, incloent-hi possibles errors tant de càlcul teòric com de mesura experimental, encara que podria haver-hi un altre fenomen no tingut en compte.

En penjar dues molles en sèrie es pot donar el cas que la massa de la segona molla sigui just la necessària perquè la primera entri en ressonància: per tant no serà necessari penjar una massa.

A l'adreça : http://www.baldiri.org/fq/treballs_recerca/ es poden trobar tres vídeos, gravats per Nesrim, en els quals s'observen aquests fenòmens.



Emilio Llorente
Professor de Física de l'IES Baldiri Guilera d'El Prat de Llobregat